

目次

第 1 講	数と式・方程式と不等式	2
第 2 講	関数と方程式・不等式	5
第 3 講	平面図形と空間図形	8
第 4 講	図形と方程式	11
第 5 講	三角比と三角関数	14
第 6 講	指数・対数	17
第 7 講	ベクトル(1)	20
第 8 講	ベクトル(2)	23
第 9 講	数列(1)	26
第 10 講	数列(2)	29
第 11 講	場合の数と確率(1)	32
第 12 講	場合の数と確率(2)	35
第 13 講	整数	38
第 14 講	極限(1)	41
第 15 講	極限(2)	44
第 16 講	微分法とその応用(1)	47
第 17 講	微分法とその応用(2)	50
第 18 講	微分法とその応用(3)	53
第 19 講	積分法とその応用(1)	56
第 20 講	積分法とその応用(2)	59
第 21 講	積分法とその応用(3)	62
第 22 講	微積分総合	65
第 23 講	複素数平面(1)	68
第 24 講	複素数平面(2)	71
第 25 講	2次曲線	74
第 26 講	図形総合問題 (軌跡と領域)	77
	重要事項のまとめ	80

第1講 >>> 数と式・方程式と不等式

入試基礎演習

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - 2y^2 - xy - 2x + 7y - 3$

〈札幌大〉

(2) $(x-3)(x-1)(x+3)(x+5) + 35$

〈松山大〉

(3) $x^4 + 3x^2 + 4$

〈名古屋経済大〉

2 $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} \neq 0$ のとき, $\frac{2x^3+3y^3+z^3}{(x-y)(y-z)(z-x)}$ の値を求めよ。

〈神奈川大〉

3 方程式 $x^2+x+1=0$ の解の1つを ω とする。

〈岐阜経済大〉

(1) $\omega^3=1$ であることを示せ。

(2) $\omega^{10} + \omega^5 + 3$ の値を求めよ。

(3) $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{30}$ の値を求めよ。

4 a, b は定数で, x についての整式 x^3+ax+b は $(x+1)^2$ で割り切れるとする。このとき, $a = \square$, $b = \square$ である。

〈早稲田大〉

5 次の問いに答えよ。

(1) $\frac{-2x^2+6}{x^3-x^2-x+1} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ が x についての恒等式となるように定数 a, b, c の値を定めよ。

〈広島経済大〉

(2) $a-b=1$ を満たす a, b に対して, 常に等式 $(a-2)x+b^2y+az=b-3$ が成り立つとき, x, y, z の値を求めよ。

〈芝浦工業大〉

6 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき, $1 < \sqrt{1+x} < 1+x$ が成り立つことを証明せよ。

〈群馬大〉

(2) $a:b=2:3, b:c=2:3$ であるとき, $a^2+bc+\frac{9}{b^2}+\frac{9}{ac}$ の最小値を求めよ。

〈北海道薬科大〉

入試問題演習

STEP 1

1 $x^2 - xy - 2y^2 + ax - y + 1$ が1次式の積に因数分解されるように、定数 a の値を求めよ。 〈東京電機大〉

2 次の問いに答えよ。

(1) 整式 $x^{15} - 8$ を $x^2 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。 〈摂南大〉

(2) 整式 $x^{15} + 1$ を $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りを求めよ。 〈立教大〉

3 多項式 $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$ は多項式 $x^2 + x + 1$ で割り切れるか。 〈京都大〉

4 整式 $f(x)$ について、恒等式 $f(x^2) = x^3 f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$ が成り立つとする。 〈東京都立大〉

(1) $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の次数を求めよ。

(3) $f(x)$ を決定せよ。

5 次の問いに答えよ。

(1) 実数 a , b は、 $0 < a < b$ を満たすとする。次の3つの数の大小関係を求めよ。 〈九州大〉

$$\frac{a+2b}{3}, \quad \sqrt{ab}, \quad \sqrt[3]{\frac{b(a^2+ab+b^2)}{3}}$$

(2) $x < 1$ のとき、 x の関数 $y = x + \frac{1}{x-1}$ の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。 〈関西大〉

(3) x , y , z が条件 $x + 2y + 3z = 1$ を満たすならば、 $x^2 + 4y^2 + 9z^2$ は $x = \boxed{\text{ア}}$, $y = \boxed{\text{イ}}$, $z = \boxed{\text{ウ}}$ のとき、
最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。 〈慶應義塾大〉

STEP 2

1 $a = \frac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}, b = \frac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{5}}, c = \frac{1}{1+\sqrt{3}-\sqrt{5}}, d = \frac{1}{1-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ とおく。

〈東京理科大〉

- (1) $abcd = \square$ である。
- (2) abc, abd, acd, bcd の最小値は \square である。
- (3) $ab+cd, ac+bd, ad+bc$ の最小値は \square である。
- (4) $a+b, a+c, a+d, b+c, b+d, c+d$ の最小値は \square である。
- (5) $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = \square x^4 - \square x^3 + \square x^2 + \square x - 1$ である。

2 $a+b+c \neq 0, abc \neq 0$ を満たす実数 a, b, c が

(A) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$

を満たしている。このとき、任意の奇数 n に対し

(B) $\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{(a+b+c)^n}$

が成立することを示せ。

〈早稲田大〉

3 整数を係数とする x の整式 A を、 x^3+x^2+x+1 で割ると余りは $-3x^2-x+2$ であり、 x^2+2x+3 で割ると余りは $5x+3$ であるという。このような A の中で、次数が最小のものを求めよ。

〈上智大〉

4 a は 0 とは異なる実数とし、 $f(x) = ax(1-x)$ とおく。

〈一橋大〉

- (1) $f(f(x)) - x$ は、 $f(x) - x$ で割り切れることを示せ。
- (2) $f(p) = q, f(q) = p$ を満たす異なる実数 p, q が存在するような a の範囲を求めよ。

5 $x > 0, y > 0, \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1$ のとき、 $\sqrt{x+y}$ の最小値を求めよ。

〈大阪経済大〉