

目次

第 1 講	等加速度運動	2
第 2 講	重力による運動	10
	入試問題演習(1)	18
第 3 講	力のつり合い	20
第 4 講	運動法則	28
第 5 講	摩擦力と抵抗力	36
	入試問題演習(2)	44
第 6 講	仕事とエネルギー	46
第 7 講	力学的エネルギー保存の法則	54
	入試問題演習(3)	61
第 8 講	熱とエネルギー	62
	入試問題演習(4)	71
第 9 講	波の伝わり方と表現	73
第 10 講	固有振動	81
	入試問題演習(5)	89
第 11 講	オームの法則	91
第 12 講	抵抗の接続, ジュール熱	98
	入試問題演習(6)	107
第 13 講	磁界(磁場)とモーターの原理	108
第 14 講	電磁誘導と交流電流	116
	入試問題演習(7)	123
第 15 講	現代の物理と生活, エネルギーの利用	125

第10講 >>> 固有振動

基礎学習

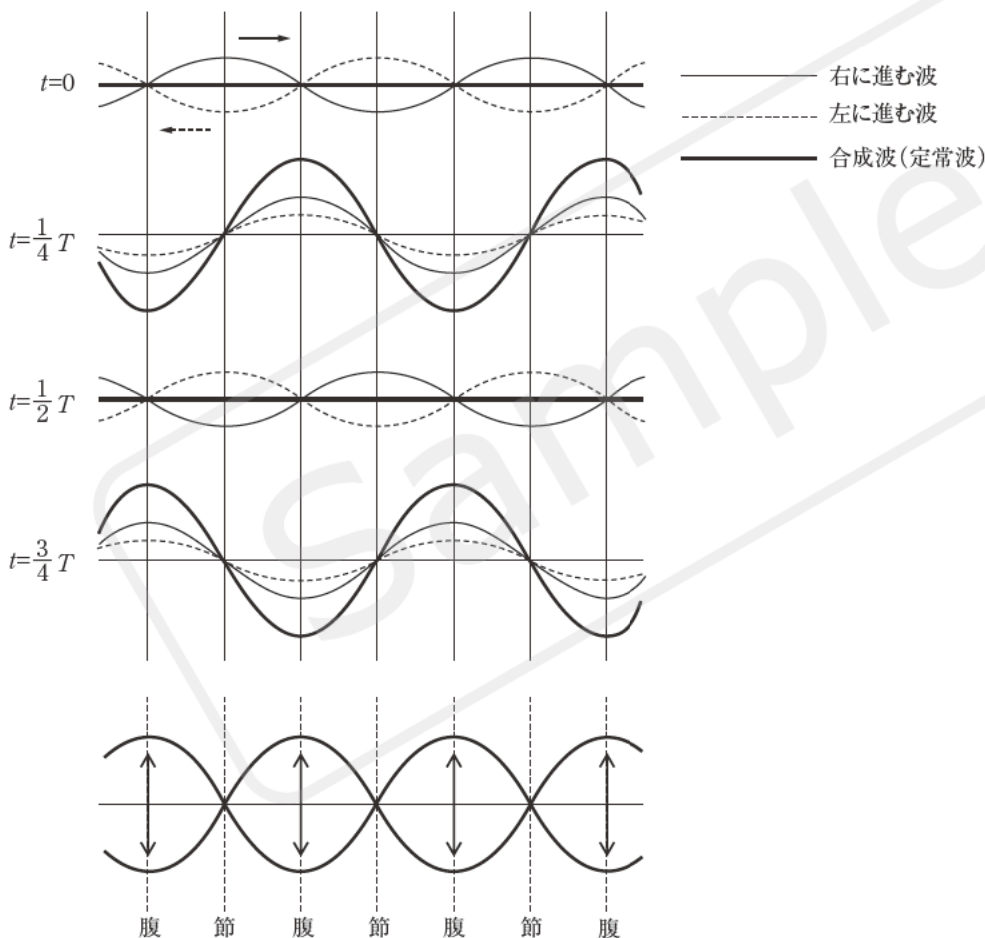
1 定常波

定常波は、波長、振動数、振幅の等しい波が重なることによって生じる。

●定常波の作図

波動現象を理解するには、波を図にかいてみることである。これを練習しておけば、勘違いすることも少なくなり、いろいろなことが自分で考えられるようになる。

波長、振動数、振幅が同じである、右に進む波(実線の波)と左に進む波(点線の波)が重なって、その2つの波を重ね合わせた合成波(太線の波)を、 $\frac{1}{4}$ 周期($\frac{1}{4}T$)ごとに作図したものが下の図である。



一番下に、合成した波を1つにまとめてある。これを見ると、腹の部分が最も大きく振動していることがわかる。だから、定常波は見かけ上形が固定されていて、動かないように見えるだけである。

point

この図を見ると、腹の1回の振動に要する時間は、もとの波の1周期と同じであることがわかる。

定常波の腹の振動の周期は、もとの波の周期と同じ!!

2 弦にできる定常波

point

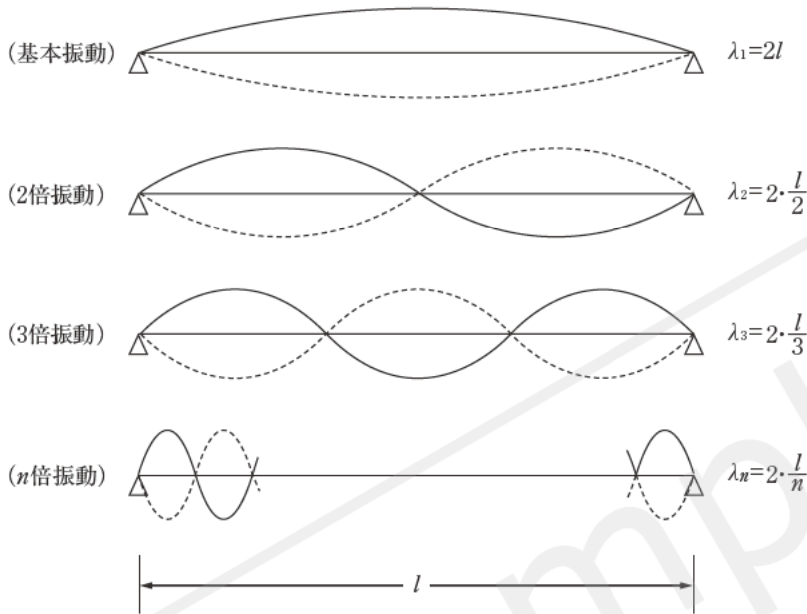
弦の両端は固定端であるから、必ず節になる。

下図を上から順に見ていけばよい。弦の両端が節になるから、弦にできる定常波は腹が整数個できる。

下の図で自然数 n は腹の数でもある

※波長の λ_n は、覚えなくても簡単に導ける。

音速を v とすると、振動数 f_n は $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2l}$



参考 弦を伝わる波の速さの式

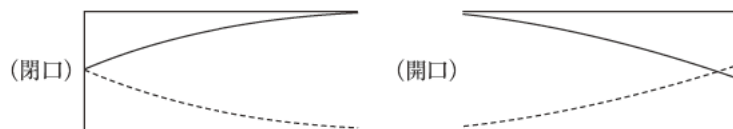
$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad \left\{ \begin{array}{l} T : \text{弦の張力(N)} \\ \rho : \text{弦の線密度(単位長さ (=1 m) あたりの弦の質量)} \end{array} \right.$$

一般に、弦を強く張ったほうが、波の伝わる速さは速い。また、弦が軽いほど速い。

3 気柱の定常波

point

閉口部は固定端で……節
開口部は自由端で……腹



●閉管

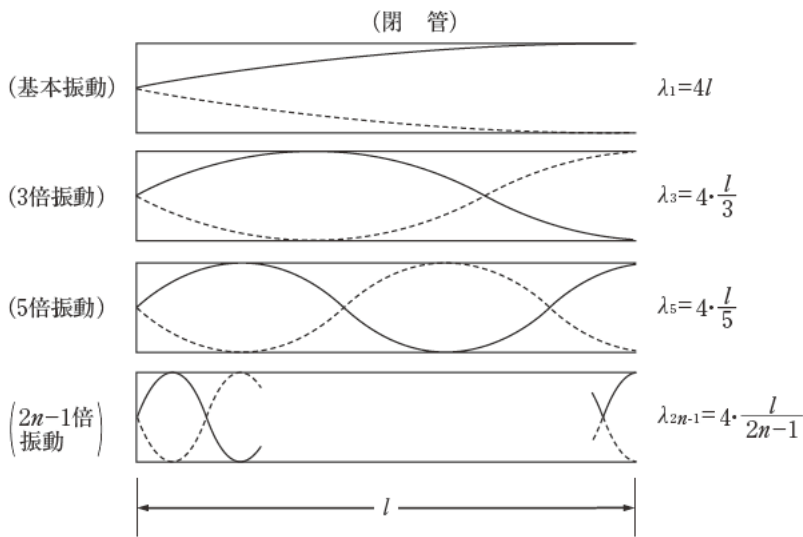
管の一端が閉じられている。

これも弦と同様に上から見ていけばよい。

閉口部が節，開口部が腹になっている

何倍振動というところの数字に注意する。閉管では1倍(基本), 3倍, 5倍, …, と奇数の並びになっている。注意しよう! n は整数である。

n は節の数になる

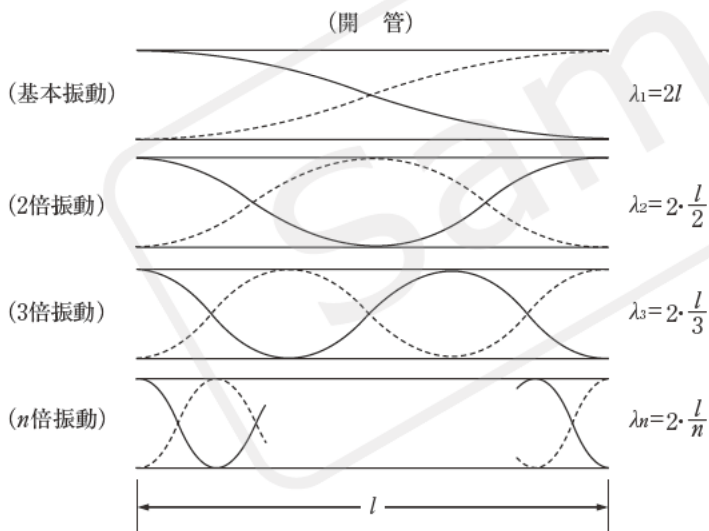


●開管

管の両端が開いている。

閉管との違いに注意しよう！ 何倍振動というところは、1倍(基本)、2倍、3倍、…、と連続した整数の並びになっている。

n は節の数になる



point

- ・整数 n は、弦の定常波では腹の数、気柱の定常波では節の数。
- ・弦と開管の何倍振動は連続した整数の並び、閉管の場合は奇数の並び。
- ・開口部では、開口端補正に注意！

4 共鳴(共振)

振動数が一致するとき、異なる物体どうしても共鳴や振動が起こる。

確認問題演習

- (1) 弦に定常波ができているときには、弦の両端は **ア** になっている。したがって、腹の数が **イ** 個の定常波ができる。振動数が任意の定常波が生じるのではなく、決まった値の波になる。それは弦の長さから **ウ** が決まった値になるからである。それゆえ振動数も決まった値しか許されなくなる。このような振動を **エ** という。

考え方 弦にできる定常波のことをまずは覚えることである。基本的に両端は節になる。そのために任意の波長がとれるのではなく、決まった値になる。それゆえに決まった振動数となる。その原理の考え方である。

解法 →基礎学習 2

定常波は腹一つ分の長さが半波長に相当する。それゆえ、決まった波長のみが、すなわち振動数のみが許される。その原理である。

- (2) 長さ l の弦に、基本振動の定常波ができている。この定常波の波長は **オ** であり、弦を伝わる波の速さが v ならば、振動数は **カ** である。

考え方 弦の長さから波長が決まる。こうして特定の値のみが許されることがわかる。波長と振動数と伝わる速さについては波の基本式から考える。

解法 →基礎学習 2

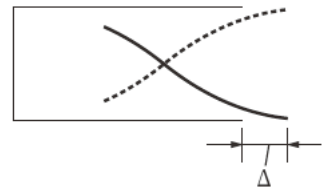
弦にできる定常波は、腹の数が正の整数個である。それゆえ腹 1 個分の長さが決まってくる。基本振動は腹 1 個分であるから、弦の長さは半波長になる。それゆえ波長は **オ** となる。さらに波長 λ 、振動数 f 、波の速さ v との間には $v=f\lambda$ の基本関係式が常に成立する。

- (3) 閉管で気柱に定常波が生じる場合、閉口部では空気分子は波の進行方向に動けないために **キ** となり、定常波の **ク** となる。それに対して開口部では分子は自由に動けるために **ケ** となり、定常波の **コ** となる。

考え方 弦と気柱にできる定常波の基本事項。一般的に固定端は定常波の節となり、自由端は腹となる。

解法 →基礎学習 2, 3

- (4) 気柱に定常波ができている場合、開口部は正確には定常波の **サ** ではない。一般的に、**サ** は開口部の **シ** 側にあり、それを修正しなくては正確な値にならないことがある。それを正確にするために **ス** が必要になる。右図のように **ス** の長さを Δ とする。気柱の中には 2 個の腹の定常波ができていたとする。気柱(閉管)の長さを l とすると、波の波長を λ としたときに、この Δ 、 l 、 λ の間の関係式は **セ** となる。



考え方 開口部は腹が 1 個分にはなっておらず、外側に出ている部分を合わせても腹半分のみとなる。この Δ の値は管口の半径や形状によるので、個々の場合において異なる。それゆえ、問題の条件を見るたびにきちんと考えるようにしたい。

解法 →基礎学習 3

この場合、できている定常波は腹 2.5 個分である。腹 1 個分が半波長であるから、気柱の長さ l と補正部分の長さ Δ の和 $l + \Delta$ は半波長の 2.5 倍である。

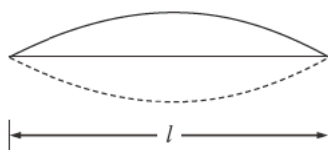
解答

ア 節 イ 自然数(正の整数) ウ 波長 エ 固有振動 オ $2l$ カ $\frac{v}{2l}$ キ 固定端 ク 節 ケ 自由端 コ 腹

サ 腹 シ 外 ス 開口端補正 セ $l + \Delta = 2.5 \times \frac{\lambda}{2}$

基本問題演習

1 長さ l のバイオリンの弦に、右図のような波形の定常波(基本振動)を生じさせる。弦を伝わる横波の速度を v とする。



(1) この定常波の波長 λ はいくらか。

(2) 振動数 f はいくらか。

弦の振動数は(バイオリンの胴を通して)空気に伝わり、音波となって広がっていく。空気中の音速を c とする。

(3) 空気中の音波の振動数 f' はいくらか。

(4) 空気中の音波の波長 λ' はいくらか。

(5) この現象について説明した次の(イ)~(ロ)の中から正しいものを選び。

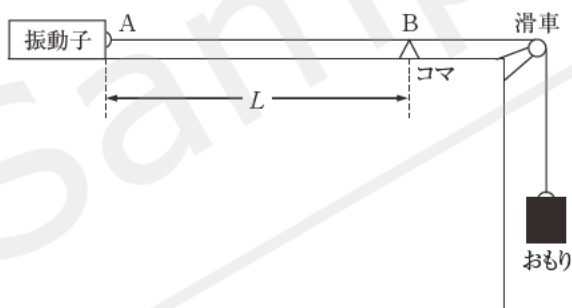
(イ) この場合、音源である弦の振動が横波であるから、空気中の音波も横波である。

(ロ) 音源である弦の振動は横波であるが、空気中の音波は縦波である。

(ハ) 音源である弦の振動は横波であるが、空気中の音波は純粹の横波でもなければ、純粹の縦波でもない。

2 次の文章中の空欄①は語句を、②、③、⑤は数式を、④は(ア)~(ウ)のうちから正しいもの一つを選び、⑥は数値を答えよ。

図のように、一様な弦の一端 A を、振動数が調節できる振動子に固定し、他端は滑車を通しておもりにつないである。また、コマ B は振動子と滑車の間を移動して、任意の一点で弦を固定することができる。



はじめに、AB間の弦の長さを L [m] として、振動子を作動させ、この弦を振動数 f [Hz] で振動させたところ、AB間に腹が2個ある定常波ができた。このような定常波による振動を弦の(①)という。なお、弦を伝わる波の波長 λ [m] は、 L を用いて表すと、 $\lambda =$ (②) [m] となる。また、弦を伝わる波の速度 V [m/s] は、 f 、 L を用いて $V =$ (③) [m/s] と表される。

その後、コマ B を振動子に向かってゆっくり移動させ、AB間の長さが L' [m] になったときに、基本振動が観測された。このとき、弦を伝わる波の速度 V は(④ (ア)小さくなる、(イ)変わらない、(ウ)大きくなる)ことから、 L' は L を用いて $L' =$ (⑤) [m] と表される。

次に、弦の振動数を徐々に増加させたところ、再び、腹が2個の定常波ができた。このときの弦の振動数 f' は、はじめの振動数 f の(⑥)倍である。

ヒント

↔ (1)~(4)は、弦の波の波長を求めることができれば、あとは波の基本である。弦の波長は、定常波の節と節との間隔が半波長である…ということがすべて。空気中のことを考えるときに大切なのは、違う媒質に波が進もうと、振動数は変わらない…ということである。

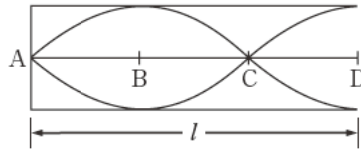
(5)の共鳴や共振は、横波、縦波の違いには関係なく、振動数が等しいときに起こる。空気中の音波は完全なる縦波である。

ヒント

↔ ④は、参考で示した弦を伝わる波の速さの式を考える。

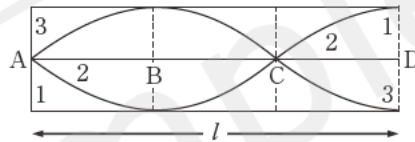
⑤、⑥は、波の速さの式は変わらないで一定であることに注意する。

3 一端が閉じた長さ l のガラスの管内の空気に振動を送り、右図に示すような定常波をつくった。音速を v として次の問いに答えよ。



- (1) このときの音波の波長はいくらか。
- (2) このときの音波の振動数はいくらか。
- (3) このとき、管内の空気の圧力変化が最も大きいところはどこか。A~D の記号で答えよ。
- (4) このとき、管内の空気の圧力変化が最も小さいところはどこか。A~D の記号で答えよ。
- (5) この管に定常波ができる音波の振動数が最小のものはいくらか。

4 一端を閉じた長さ l のガラス管に音波を送り、管内の空気を振動させて図のような定常波を作った。空気の右向きの変位を AD の上方に、左向きの変位を下方に示してある。変位は $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ の順に繰り返す。空気中の音速を v として、次の問いに答えよ。



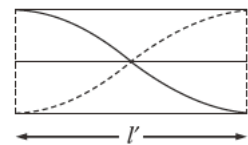
- (1) 音波の波長 λ を l , v を用いて示せ。
- (2) 音波の振動数 f を l , v を用いて示せ。
- (3) 管内で密度の変化が最大の場所はどこか。図の断面の記号 (A, B, C, D) で答えよ。
- (4) 管内各部の空気の速さが最大になるのはどの曲線のときか。図中の曲線の番号 (1, 2, 3) で答えよ。
- (5) 両端を開いた管に同じ音波を送って定常波を作るためには、管の長さを最低いくらにすればよいか。 l を用いて答えよ。

ヒント

↔ (3), (4)では、定常波の節のところは、媒質の疎部と密部が半周期ごとに入れ替わっている。したがって、圧力変化が最も大きい。それに対して、腹のところはそれほど大きくない。

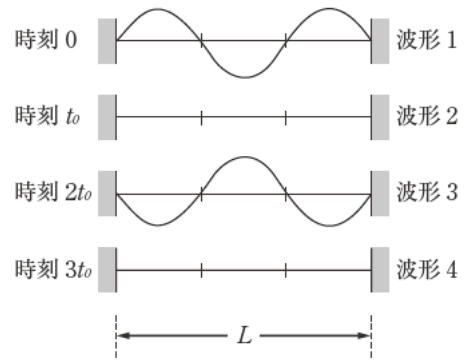
ヒント

↔ (1), (2)は、波の基本である。
 (4)では、振動している媒質は、変位が0のところが一番速く動いている。
 (5)では、下図のように基本振動のときが管の長さを短くできる。

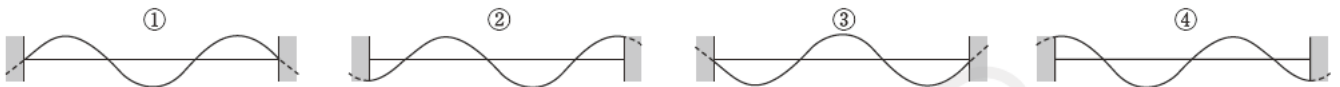


応 用 問 題 演 習

1 両端を固定した長さ L の弦に、図のように3倍振動の定常波を発生させた。時刻 $0, t_0, 2t_0, 3t_0$ に波形1, 2, 3, 4となり、時刻 $4t_0$ にはじめて波形1にもどって、その後、同じ振動を繰り返した。

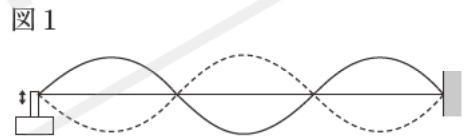


- (1) この定常波の振動数 f はいくらか。
- (2) この定常波は、右と左へ進む、振幅、波長および速さが等しい2つの波の重ね合わせと考えることができる。これらの波の速さはいくらか。 t_0 と L を用いて答えよ。
- (3) 時刻 $5t_0$ における、右へ進む波と左へ進む波はそれぞれどれか。正しいものを下の①~④のうちから1つずつ選べ。



- (4) こんどは、この弦に基本振動の定常波を発生させた。弦の長さ L が 1 m 、周期が 0.01 秒のとき、左右へ進む波の速さはいくらか。

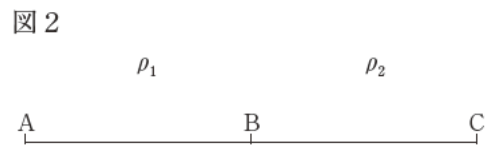
2 図1のように、弦の一端を振動数 $f=50(\text{Hz})$ の振動片につなぎ、他端を固定して定常波を生じさせた。振動片と弦は等しい振動数で振動するようになっており、また、振動片とつながっている弦の一端は、定常波の節と見なしてよいものとする。



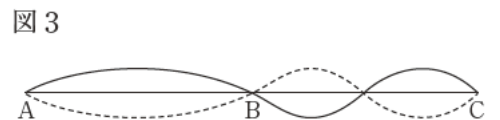
- (1) 弦の長さ $l=0.39(\text{m})$ のとき、腹が3個の定常波ができた。弦を伝わる波の速さ $[\text{m/s}]$ はいくらか。正しいものを、次の(ア)~(オ)のうちから一つ選べ。

(ア) 1.3 (イ) 6.5 (ウ) 13 (エ) 20 (オ) 26

つぎに、図2のような長さが等しく、線密度(単位長さあたりの質量)が異なる2本の弦をつないで1本としたものに定常波を生じさせた。弦 AB の線密度を ρ_1 、弦 BC の線密度を ρ_2 とし、弦 AB を伝わる波の速さを V_1 、弦 BC を伝わる波の速さを V_2 とする。

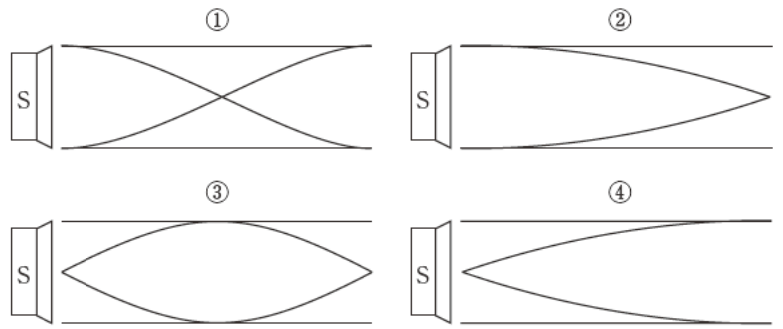


- (2) 弦 AB 、弦 BC に生じた定常波の形が図3ようになった。伝わる波の速さと弦の密度について、正しい組合せのものを次の(ア)~(エ)のうちから一つ選べ。



(ア) $V_1 > V_2; \rho_1 < \rho_2$ (イ) $V_1 > V_2; \rho_1 > \rho_2$ (ウ) $V_1 < V_2; \rho_1 < \rho_2$ (エ) $V_1 < V_2; \rho_1 > \rho_2$

③ 任意の振動数の電気信号を発生できる発振器をスピーカー S につないで、両端の開いたガラス管の左側においた。開口端の補正は無視できるものとして、次の問いに答えよ。

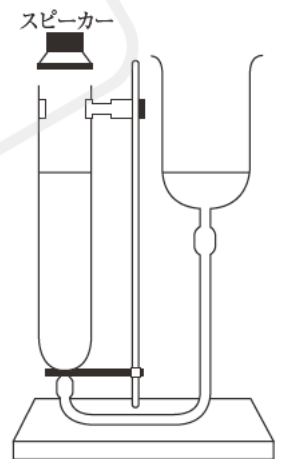


(1) 振動数を 0 からしだいにあげていくと、ある振動数のところではじめて共鳴した。このときの管内の空気振動のようすはどのような図で表されるか。右の①～④のうちから正しいものを選び。ただし、図では空気振動の左右方向の変位を、上下方向の変位として表してある。

(2) 振動数をさらにあげていくと、再びある振動数で共鳴した。このときの振動数は最初に共鳴したときの振動数の何倍か。

(3) 次に、ガラス管の右端(スピーカーと反対側)をふさぎ、発振器の振動数を 0 からしだいにあげていくと、何回か共鳴した。2 回目に共鳴したときの振動数は 1 回目に共鳴したときの振動数の何倍か。

④ ガラス管の管口の真上に取り付けたスピーカーから一定の振動数の音を出しておき、ガラス管に満たした水の面をゆっくり下げていったところ、気柱の長さが 18.9 cm のときにはじめて音が大きく聞こえた。さらに水面を下げていくと、音はいったん小さくなり、気柱の長さが 59.1 cm のときに再び音が大きく聞こえた。スピーカーの音の振動数は 423 Hz であり、開口端の補正は音の振動数や波長によって変わらないとして次の各問いに答えよ。



(1) 管内に生じている定常波の波長はいくらか。

(2) 開口端補正はいくらか。

(3) 気柱の長さが 59.1 cm のとき、空気の密度の変動が特に大きい位置をすべて挙げよ。

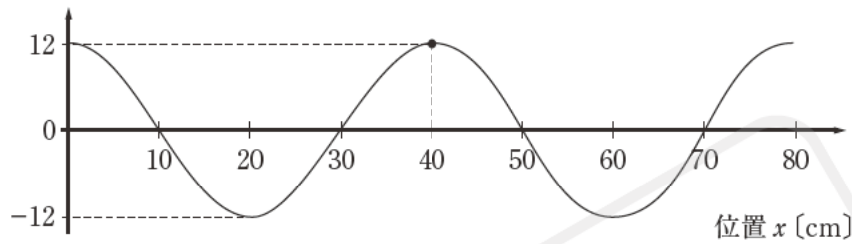
(4) 気柱の長さを 59.1 cm に保ったまま、スピーカーの音の振動数を 423 Hz からしだいに増していくと、音はいったん小さくなり、さらに増していくと、ある振動数のとき再び音が大きく聞こえた。この振動数はいくらか。

問題 1

図1に示されている波を考える。この図はある媒質の時刻 $t=0[s]$ での変位を表したものである。

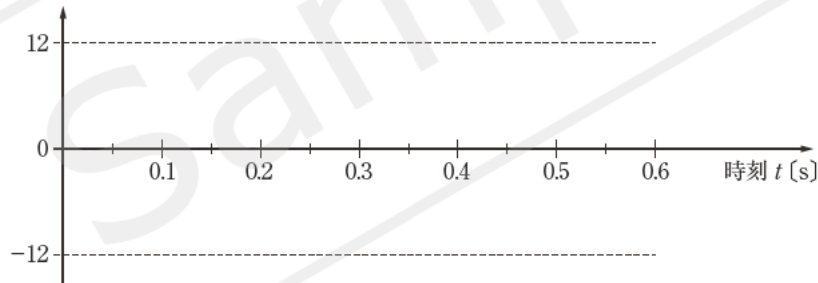
x 軸上にある媒質は y 軸方向に振動することができるようになっており、波は x 軸の正の向きに進んでいる。波は振幅が 12 cm の正弦曲線であり、波の振動数は 5 Hz とする。次の問いに答えよ。

図1 変位 y [cm]



- (1) 図1の波の周期は何 s か。
- (2) 図1の波の波長は何 cm か。
- (3) 図1の波の速さは何 cm/s か。
- (4) $x=40\text{ cm}$ の位置にある媒質の $t=0\sim 0.6[s]$ の範囲での変位を次の図2にかけ。

図2 変位 y [cm]

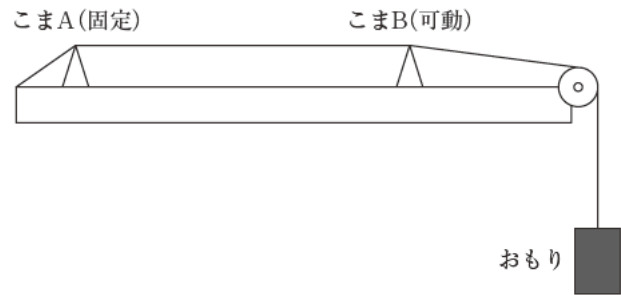


- (5) 図1の状態から、時間が 0.55 s 経過した後の波形において、 $x=0\sim 50[\text{cm}]$ の範囲で、変位 y が正の方向に最大値になる x の値は何 cm か。

問題 2

次の文章中の ~ に入る適切な数値、数式、語句、記号を答えよ。

右図のように張られた弦がある。こま A は固定され、こま B の位置を動かすことにより、AB 間の長さを変えられる。こま B の先におもりが吊り下げられて、弦の張力は一定に保たれている。AB 間の長さが l のとき、AB の中点で弦を弾くと振動数 f_0 の基本音が聞こえた。



- (1) AB 間の長さを $\frac{l}{2}$ にしてその中点で弦を弾いたと

き、聞こえる音の振動数は、 である。

- (2) AB 間の長さを l に戻し、A に近い部分で弦を弾いた後、すぐに AB の中点で弦に軽く触れると、(1) と同じ振動数の音が微かに残った。これは弦の中点が振動の となり、 倍振動が残ったためである。このときの弦の振動の様子を次の(a)~(f)から選ぶと がもっとも適している。なお、グラフの実線はある

瞬間の弦のようすを、破線は実線の $\frac{1}{2}$ 周期後の弦のようすを、それぞれ示す。



- (3) AB 間の長さを l にして、A に近い部分で弦を弾いた後、すぐに A から $\frac{2}{5}l$ の位置で弦に軽く触れると、ある音が微かに残った。さらにその直後に、こま A と B の間で弦に軽く触れてもその音が消えない箇所が、A から $\frac{2}{5}l$ の位置のほかに、A から 、、 の3か所だけあった。この音の振動数は である。